

Über die Ermittlung von Punkt- und Intervallschätzungen von Fahrleistungen

VON DR. DIRK HEIDEMANN, KÖLN

1. Einleitung

Unter Fahrleistungen versteht man die Summe aller im Straßenverkehr je Zeitraum auf einem vorgegebenen Straßennetz von den Fahrzeugen zurückgelegten Wegstrecken¹⁾. Der Ermittlung von Fahrleistungen kommt eine besondere Bedeutung zu, z. B. für die Beurteilung der Verkehrsentwicklung wie auch für die Bildung von Unfallraten und somit für die Beurteilung des Unfallgeschehens.

Da Fahrleistungen auf exakte Weise nur bei genauer Kenntnis der auf jedem Netzabschnitt vorhandenen Verkehrsstärke in dem betrachteten Zeitraum berechnet werden können, dieses Datenmaterial für praktisch interessierende Straßennetze und Zeiträume aber in aller Regel nicht vorliegt und aus Kostengründen auch in Zukunft nicht vorliegen wird, muß die Ermittlung von Fahrleistungen auf mathematisch-statistischen Methoden basieren.

Im folgenden wird eine Methode zur Ermittlung von Fahrleistungen beschrieben, die als Eingangsdaten die auf den interessierenden Zeitraum bezogenen Verkehrsstärken an mehreren Querschnitten des betrachteten Straßennetzes benötigt; diese Daten werden in der Regel durch automatische Langzeitzählgeräte registriert. Darüber hinaus ist es erforderlich, daß in einem nicht allzu weit zurückliegenden Zeitraum eine räumliche Totalerhebung durchgeführt wurde, wie dies etwa in zwei- bis dreijährigen Abständen im Rahmen der Bundesverkehrszählungen²⁾ für die Bundesfernstraßen der Fall ist.

Da z. Z. nur auf Bundesautobahnen, mit Einschränkungen auch auf Bundesstraßen, eine hinreichende Anzahl automatischer Langzeitzählgeräte installiert ist, beschränkt sich die Anwendbarkeit der zu beschreibenden Methode auf diese Straßennetze. Im folgenden werden daher nur Fahrleistungen auf Bundesautobahnen diskutiert.

Die wesentlichen Vorteile gegenüber anderen Möglichkeiten zur Ermittlung von Fahrleistungen bestehen in der relativ feinen zeitlichen und räumlichen Abgrenzbarkeit von Fahrleistungen und in der Bestimmbarkeit von Standardabweichungen der Fahrleistun-

Anschrift des Verfassers:

Dr. rer. nat. Dirk Heidemann
Bundesanstalt für Straßenwesen
Brühler Straße 1
5000 Köln 51

- 1) Bundesanstalt für Straßenwesen, Bereich Straßenverkehrstechnik (Hrsg.), Fahrleistungen im Straßenverkehr, Köln 1978.
- 2) Bundesminister für Verkehr, Abteilung Straßenbau (Hrsg.), Ergebnisse der Straßenverkehrszählung 1975 für die Bundesfernstraßen in der Bundesrepublik Deutschland, Bonn-Bad Godesberg 1976.

gen und damit in der Beurteilung ihrer Genauigkeit. Dies ist vor allem von Interesse im Hinblick auf die damit mögliche Bestimmung der Genauigkeit von Unfallraten.

Die zu beschreibende Methode wurde im wesentlichen bereits in einer früheren Arbeit³⁾ vorgestellt, dort allerdings als Vorstufe zu einer kurzfristigen Hochrechnung von Fahrleistungen auf Bundesautobahnen an Feier- und Ferienspitzenagen auf der Basis einer Stichprobe von 19 Meßquerschnitten.

Die Anwendbarkeit ist jedoch weitaus vielfältiger; so wurden z. B. Jahresfahrleistungen ermittelt in Jahren, in denen eine Bundesverkehrszählung und damit eine räumliche Totalerhebung nicht stattfand. Neben der Herleitung einer Punktschätzung für die Fahrleistungen (Abschnitt 2) enthält diese Arbeit eine Gleichung zur Ermittlung der Standardabweichung der Punktschätzung (Abschnitt 3) und Überlegungen zur Bestimmung der Intervallschätzung (Abschnitt 4). Abschließend werden Zahlenwerte angegeben für die Fahrleistungen und deren Standardabweichungen, jeweils bezogen auf bestimmte Jahre oder auf bestimmte Tage. Hierdurch soll insbesondere ein Eindruck darüber vermittelt werden, wie genau die Fahrleistungsberechnungen für Bundesautobahnen möglich sind.

2. Punktschätzungen von Fahrleistungen

Da die Fahrleistung, FL, auf einem Straßennetz von der Netzlänge, L, und der Dauer des betrachteten Zeitraumes, T, mitbestimmt wird, ist es häufig sinnvoll, sie auf eine Längeneinheit, z. B. 1 km, und eine Zeiteinheit, z. B. 1 Tag, zu beziehen. Die so entstehende Größe

$$\overline{TV} = \frac{FL}{T \cdot L}$$

heißt die „mittlere Verkehrsstärke“ auf dem vorgegebenen Netz der Länge L im Zeitraum T; sie wird üblicherweise in der Dimension „Kfz/24 h“ angegeben. Offensichtlich läßt sich \overline{TV} auch darstellen in der Form

$$\overline{TV} = \frac{\sum_{i=1}^n (TV_i \cdot l_i)}{\sum_{i=1}^n l_i}$$

wobei n die Anzahl aller Netzabschnitte, l_i die Länge des i-ten Abschnittes – es gilt also:

$$L = \sum_{i=1}^n l_i \quad \text{– und } TV_i \text{ die Verkehrsstärke im Zeitraum T auf dem i-ten Abschnitt ist.}$$

Setzt man insbesondere T = 1 Jahr, so wird aus TV_i die bekannte „durchschnittliche tägliche Verkehrsstärke“, DTV_i , und aus \overline{TV} der sogenannte „mittlere DTV-Wert“, \overline{DTV} . Diese Werte wurden bisher in zwei- bis dreijährigen Abständen im Rahmen der Bundesverkehrszählungen für jeden Netzabschnitt durch Hochrechnungen von Zählwerten, die über einen Zeitraum von bis zu 36 ausgewählten Stunden erhoben wurden, ermittelt. Es emp-

3) Lenz, K.-H. und Heidemann, D., Fahrleistungen auf Bundesautobahnen an Tagen mit hoher Verkehrsbelastung; in: Straßenverkehrstechnik, 21. Jg. (1977).

fieht sich, die Werte aus der jeweils aktuellsten Bundesverkehrszählung zu verwenden. Ist $T = 1$ Tag, so sollen die TV_i „Verkehrsstärke“ und die \overline{TV} „mittlere Verkehrsstärke“ des betreffenden Tages genannt werden.

Beschreibt man nun den Zusammenhang zwischen den DTV_i und den TV_i durch den linearen Ansatz

$$(1) \quad TV_i = a + b \cdot DTV_i + u_i$$

– mit einem Korrekturterm u_i –, so erhält man:

$$\overline{TV} = a + b \cdot \overline{DTV} + \sum_{i=1}^n (u_i \cdot l_i) / L.$$

Wenn nun die Koeffizienten a und b nach der Kleinst-Quadrat-Methode bestimmt werden, so ergibt sich für die Korrekturterme:

$$\sum_{i=1}^n u_i = 0$$

und somit auch näherungsweise:

$$\sum_{i=1}^n (u_i \cdot l_i) / L = 0.$$

Zusammengefaßt erhält man also:

$$\overline{TV} = a + b \cdot \overline{DTV}.$$

Da für die mit automatischen Langzeitzählgeräten versehenen Netzabschnitte die Verkehrsstärken im interessierenden Zeitraum, also die TV_i , in der Regel bekannt sind, bietet sich zur Berechnung der Koeffizienten a und b die Regressionsanalyse des Ansatzes (1) an. So ergibt sich schließlich

$$(2) \quad \widehat{TV} = \hat{a} + \hat{b} \cdot \overline{DTV},$$

wobei – wie üblich – geschätzte Werte durch $\hat{}$ gekennzeichnet sind.

3. Standardabweichungen der Punktschätzungen

Zunächst wird (2) wie folgt umgeschrieben:

$$(3) \quad \widehat{TV} = \hat{a} + \hat{b} \cdot \overline{DTV}$$

$$= \frac{L'}{L} \cdot (\hat{a} + \hat{b} \cdot \overline{DTV}_{L'}) + \frac{L''}{L} \cdot (\hat{a} + \hat{b} \cdot \overline{DTV}_{L''}),$$

dabei bezieht sich L'' auf die mit Zählgeräten versehenen Netzabschnitte und L' auf die übrigen. Es wurde die Beziehung

$$\overline{DTV} = \frac{L'}{L} \cdot \overline{DTV}_{L'} + \frac{L''}{L} \cdot \overline{DTV}_{L''}$$

benutzt. Da die Varianz des zweiten, deterministischen Summanden in der rechten Seite von (3) gleich Null ist, läßt sich die Standardabweichung von \widehat{TV} durch die Standardabweichung von $(\hat{a} + \hat{b} \cdot \overline{DTV}_{L'})$ ausdrücken:

$$s(\widehat{TV}) = \frac{L'}{L} \cdot s(\hat{a} + \hat{b} \cdot \overline{DTV}_{L'}).$$

Aus den üblichen Gleichungen für die Varianzen und Kovarianzen von \hat{a} und \hat{b} ⁴⁾ ergibt sich nun:

$$s(\hat{a} + \hat{b} \cdot \overline{DTV}_{L'}) = \sqrt{\frac{s^2(u_t)}{m} + s^2(\hat{b}) \cdot (\overline{DTV} - \overline{DTV}_{L'})^2},$$

mit: $s^2(u_t)$ = Residualvarianz aus (1)
 m = Anzahl vorhandener Wertepaare TV_i, DTV_i
 $s^2(\hat{b})$ = Varianz des Regressionskoeffizienten \hat{b}
 \overline{DTV} = arithmetischer Mittelwert der m DTV_i -Werte.

Zusammengefaßt folgt daher

$$(4) \quad s(\widehat{TV}) = \frac{L'}{L} \cdot \sqrt{\frac{s^2(u_t)}{m} + s^2(\hat{b}) \cdot (\overline{DTV} - \overline{DTV}_{L'})^2}.$$

Der erste Faktor auf der rechten Seite von (4) ist vergleichbar zur sogenannten „Endlichkeitskorrektur“, wie sie aus der Stichprobentheorie bekannt ist; er beinhaltet eine Reduzierung der Standardabweichung linear zu dem Anteil des Netzes, der mit Zählgeräten versehen ist. Auch durch den Term $s^2(u_t) / m$ wird eine Reduzierung der Standardabweichung durch eine Vergrößerung der Anzahl der Zählgeräte bewirkt. Bei praktischen Berechnungen reicht es im allgemeinen aus, in (4) vereinfachend $L = L'$ bzw. $L'' = 0$ zu setzen; man ermittelt dann die Standardabweichung etwas zu hoch; ist also in jedem Fall auf der „sicheren Seite“^(**).

4. Intervallschätzungen von Fahrleistungen

Da \hat{a} und \hat{b} und damit auch \widehat{TV} eine lineare Funktion der TV_i und infolgedessen der nach Modellvoraussetzung stochastisch unabhängigen Korrekturterme u_i ist, kann \widehat{TV} aufgrund des zentralen Grenzwertsatzes als normalverteilt angesehen werden. Somit können aus den bereits ermittelten Streuungen bzw. Standardabweichungen Konfidenzintervalle für \widehat{TV} bestimmt werden. Die Grenzen des Konfidenzintervalls zum 95%-Signifikanzniveau beispielsweise sind gegeben durch

$$(5) \quad \widehat{TV} \pm 1,96 \cdot s,$$

wobei $s = s(\widehat{TV})$ die Standardabweichung von \widehat{TV} bezeichnet.

4) Schneeweiß, H., Ökonometrie, 2. Auflage, Würzburg/Wien 1974.

*) In diesem Zusammenhang ist anzumerken, daß derzeit etwa 15% der Netzlängen der Bundesautobahnen durch automatische Langzeitzählgeräte erfassbar ist.

5. Anwendungen

Tabelle 1 enthält die nach dem beschriebenen Verfahren ermittelten Schätzwerte der mittleren DTV-Werte auf Bundesautobahnen und deren Standardabweichungen ab 1973, Tabelle 2 die mittleren Verkehrsstärken der Freitage, Samstage und Sonntage der Hauptreisezeiten 1977 und 1978 und deren Standardabweichungen.

Tabelle 1: Mittlere DTV-Werte auf Bundesautobahnen und deren Standardabweichungen

Jahr	\widehat{DTV} (Kfz/24 h)	$s(\widehat{DTV})$ (Kfz/24 h)
1973	26 431	554
1974	26 456	602
1975	26 792	433
1976	27 815	528
1977	30 217	520

Tabelle 2: Mittlere Verkehrsstärken auf Bundesautobahnen und deren Standardabweichungen an Feier- und Ferienspitzen Tagen in 1977 und 1978.

Tag in 1977	\widehat{TV} (Kfz/24 h)	$s(\widehat{TV})$ (Kfz/24 h)	Tag in 1977	\widehat{TV} (Kfz/24 h)	$s(\widehat{TV})$ (Kfz/24 h)
7. 4.	41 470	1 117	1. 7.	40 960	1 284
8. 4.	34 445	1 295	2. 7.	38 235	1 366
9. 4.	22 015	573	3. 7.	35 664	1 232
10. 4.	25 881	820	8. 7.	43 927	1 259
11. 4.	38 666	1 394	9. 7.	40 936	1 582
12. 4.	39 668	1 194	10. 7.	39 711	1 380
27. 5.	41 828	1 149	15. 7.	42 721	1 264
28. 5.	34 461	1 080	16. 7.	40 392	1 390
29. 5.	28 725	919	17. 7.	37 308	1 166
30. 5.	35 518	1 174	22. 7.	44 083	1 284
31. 5.	39 168	1 130	23. 7.	40 619	1 461
16. 6.	42 825	1 344	24. 7.	38 552	1 281
17. 6.	37 836	1 360	29. 7.	45 434	1 377
18. 6.	29 182	1 097	30. 7.	47 723	1 792
19. 6.	38 280	1 198	31. 7.	42 836	1 448
20. 6.	33 931	846	5. 8.	40 607	987
24. 6.	39 530	1 079	6. 8.	38 895	1 263
25. 6.	33 608	1 172	7. 8.	35 689	1 032
26. 6.	33 376	1 142	12. 8.	38 860	990

Tag in 1977	\widehat{TV} (Kfz/24 h)	$s(\widehat{TV})$ (Kfz/24 h)	Tag in 1978	\widehat{TV} (Kfz/24 h)	$s(\widehat{TV})$ (Kfz/24 h)
13. 8.	35 470	1 372	25. 6.	31 422	1 008
14. 8.	34 681	1 134	30. 6.	42 963	1 322
19. 8.	39 835	985	1. 7.	37 774	1 569
20. 8.	34 885	1 091	2. 7.	37 315	1 391
21. 8.	32 829	1 050	7. 7.	41 859	1 074
26. 8.	38 033	770	8. 7.	40 432	1 375
27. 8.	33 160	850	9. 7.	35 628	1 204
28. 8.	34 741	883	14. 7.	44 302	1 282
2. 9.	39 649	782	15. 7.	41 679	1 728
3. 9.	35 713	1 091	16. 7.	40 432	1 424
4. 9.	35 483	898	21. 7.	47 730	1 640
9. 9.	38 056	818	22. 7.	44 727	2 018
10. 9.	31 669	807	23. 7.	41 997	1 666
11. 9.	32 629	812	28. 7.	48 950	1 824
Tag in 1978			29. 7.	44 340	2 116
23. 3.	40 238	953	30. 7.	42 826	1 848
24. 3.	34 713	1 187	4. 8.	44 123	1 270
25. 3.	24 778	672	5. 8.	41 123	1 705
26. 3.	24 212	623	6. 8.	39 200	1 409
27. 3.	36 961	1 241	11. 8.	46 442	1 517
28. 3.	39 669	950	12. 8.	43 401	1 845
12. 5.	41 462	953	13. 8.	40 018	1 450
13. 5.	32 104	923	18. 8.	41 793	1 135
14. 5.	26 729	785	19. 8.	37 706	1 305
15. 5.	34 419	1 194	20. 8.	38 183	1 372
16. 5.	37 349	820	25. 8.	42 753	950
16. 6.	41 682	962	26. 8.	35 671	1 132
17. 6.	33 189	1 129	27. 8.	37 620	1 125
18. 6.	33 977	1 088	1. 9.	43 476	1 022
23. 6.	38 956	901	2. 9.	37 706	1 414
24. 6.	31 357	1 128	3. 9.	36 108	1 203
			8. 9.	39 699	1 037
			9. 9.	33 796	1 196
			10. 9.	35 679	1 136

Aus den Tabellen läßt sich gemäß (5) zu jeder Punktschätzung ein Konfidenzintervall berechnen. Erwartungsgemäß sind diese Intervalle für die mittleren DTV-Werte enger als für die mittleren Verkehrsstärken der einzelnen Tage, da die durchschnittlichen täglichen Verkehrsstärken an den einzelnen Abschnitten als Mittelwerte der Verkehrsstärken der einzelnen Tage bestimmt werden und somit bereits vor Anwendung der Regression eine Glättung stattfindet.

